$= e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})}\left(e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})} - e^{-i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})}\right)$

$= 2i \sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}).e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})}$

$z' = 2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}).e^{i\frac{\pi}{2}} e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})}$ $(i = e^{i\frac{\pi}{2}})$

$= 2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}).e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2})}$

$z' = 2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}).e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{3\pi}{8})}$

- Si : $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ alors $-\frac{\pi}{8} \le \frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8} \le 0$

Donc: $\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}) \le 0$ dans ce cas :

$z' = -2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})).e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{3\pi}{8}-\pi)}$ car $e^{-i\pi} = -1$

D'où $z' = -2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{5\pi}{8})}$

- Si : $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \pi$ alors $0 \le \frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8} \le \frac{3\pi}{8}$

Donc: $\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}) \ge 0$ dans ce cas :

$z' = 2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})).e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{3\pi}{8})}$

Conclusion :

Si : $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \pi$ **alors**

$$\boxed{z' = 2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8}).(\cos(\frac{\theta}{2}+\frac{3\pi}{8}) + i\sin(\frac{\theta}{2}+\frac{3\pi}{8}))}$$

Si : $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ **alors**

$$\boxed{z' = -2\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{8})(\cos(\frac{\theta}{2}-\frac{5\pi}{8}) + i\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{5\pi}{8}))}$$

a) $M \neq B$

$Arg(z') \equiv Arg[(1-i)z-1]$ $[2\pi]$

$\equiv Arg[(1-i).(z-\frac{1}{1-i})]$ $[2\pi]$

$\equiv Arg[(1-i).(z-\frac{1+i}{2})]$ $[2\pi]$

voir 1) a))

$\equiv Arg(1-i) + Arg(z-z_B)$ $[2\pi]$

$Arg(z') \equiv -\frac{\pi}{4} + (\vec{i}, \overrightarrow{BM})$ $[2\pi]$

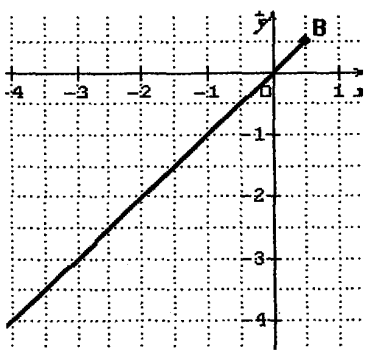
b) z' est un réel négatif donc $Arg(z') \equiv \pi$ $[2\pi]$

ce qui donne $(\vec{i}, \overrightarrow{BM}) - \frac{\pi}{4} \equiv \pi [2\pi]$

D'où $(\vec{i}, \overrightarrow{BM}) \equiv \frac{5\pi}{4} \equiv -\frac{3\pi}{4}(2\pi)$

L'ensemble des points M noté F est la demi droite [Bt) tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{Bt}) \equiv -\frac{3\pi}{4}[2\pi]$

Figure : Remarque :on a pour z = 0 ; z' = – 1 donc l'ensemble F est la demi droite [BO)



a)

- $M \neq A$

On a : $\frac{z'-z}{z_A-z} = \frac{(1-i)z-1-z}{i-z} = \frac{z-iz-1-z}{i-z}$

$= \frac{-1-iz}{i-z} = \frac{i(i-z)}{i-z} = i$

(imaginaire)

Donc : $\frac{aff(\overrightarrow{MM'})}{aff(\overrightarrow{MA})}$ est un imaginaire pur par suite on aura $\overrightarrow{MM'} \perp \overrightarrow{MA}$ ce qui donne que le triangle AMM' est rectangle en M

- $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) \equiv Arg(\frac{z'-i}{z-i})$ $[2\pi]$

Or $\frac{z'-i}{z-i} = \frac{(1-i)z-1-i}{z-i} = \frac{z-i-iz-1}{z-i}$

$= \frac{z-i-i(z-i)}{z-i} = \frac{(z-i).(1-i)}{z-i} = 1-i$

Qarray.tn - Aqra Bled - Qarray.tn